

# **MOVIMENT EN UNA DIMENSIÓ. MOVIMENT RECTILINI**

CURS ZERO

SETEMBRE 2014

COM SABEM QUE UN OBJECTE  
ES MOU?

TEMPS

POSICIÓ

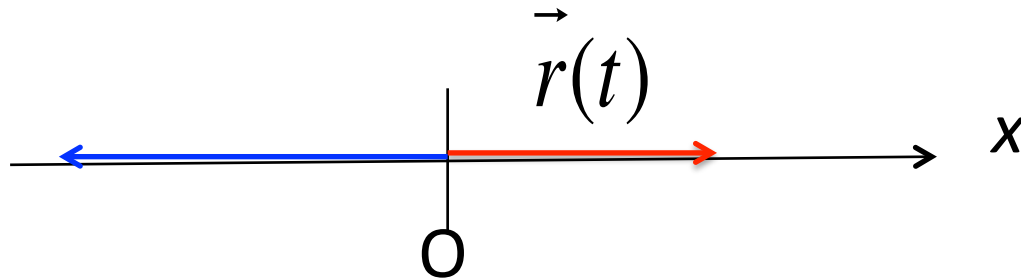
# REFERÈNCIA

DESPLAÇAMENT

# Conceptes

- Posició
- Desplaçament
- Distància recorreguda
- Trajectòria
- Velocitat mitjana
- Velocitat instantània
- Rapidesa
- Acceleració mitjana
- Acceleració instantània
- Components intrínseques de l'acceleració: acceleració tangencial i acceleració normal

# Moviment en una dimensió: moviment al llarg d'una línia recta

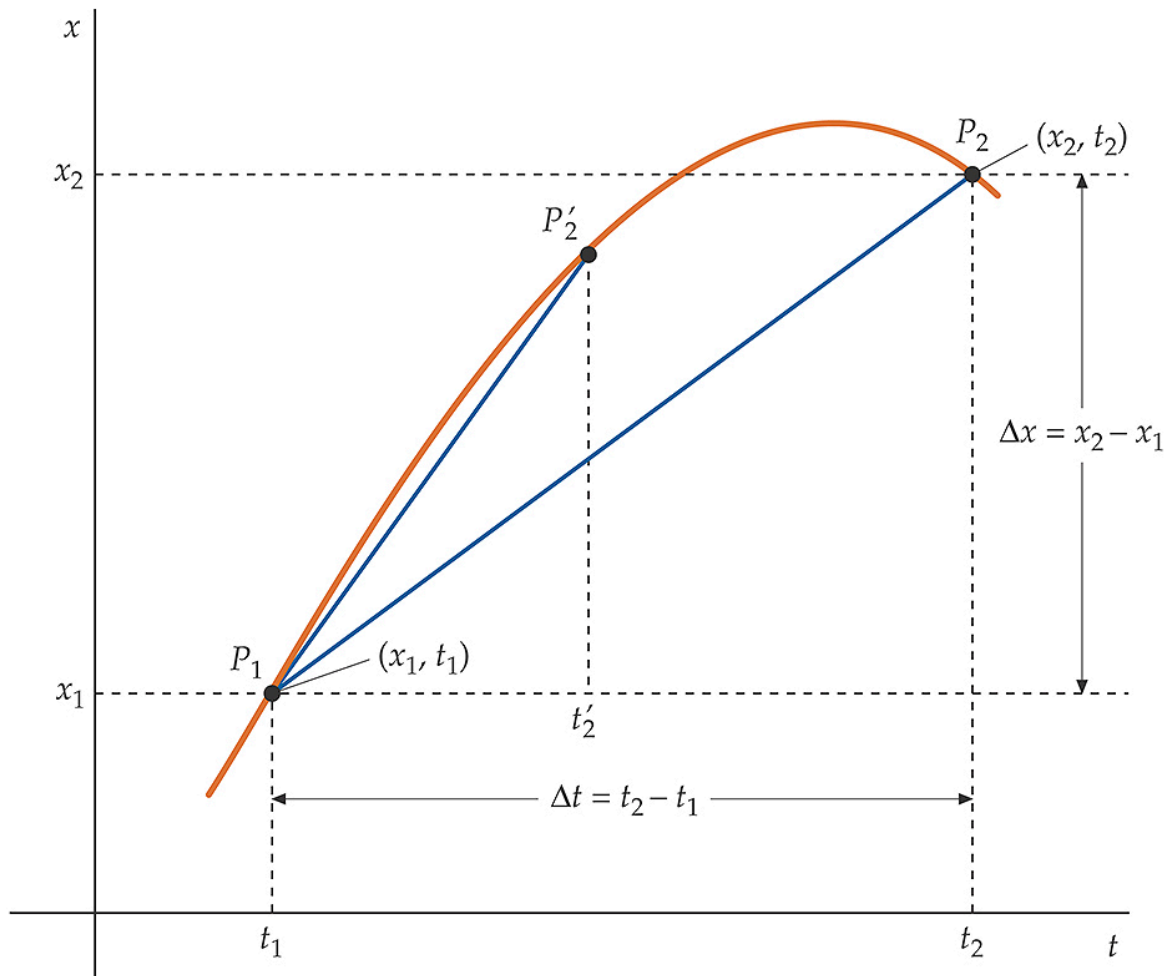


$$\vec{r}(t) = x\vec{i}$$

$$r(t) = x$$



# Gràfic del moviment

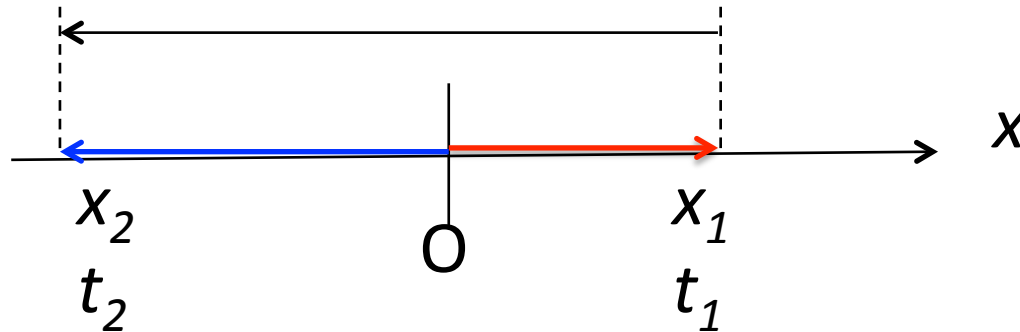


Gràfic que representa les posicions,  $x$ , que ocupa el cos que es mou en funció del temps,  $t$

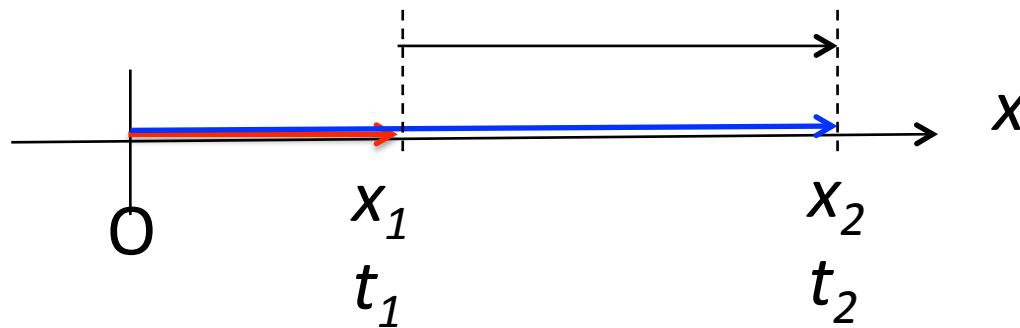
# Posició – Desplaçament

$\Delta x = x_2 - x_1$     **Desplaçament** = canvi en la posició de la partícula

$$\Delta x < 0$$



$$\Delta x > 0$$



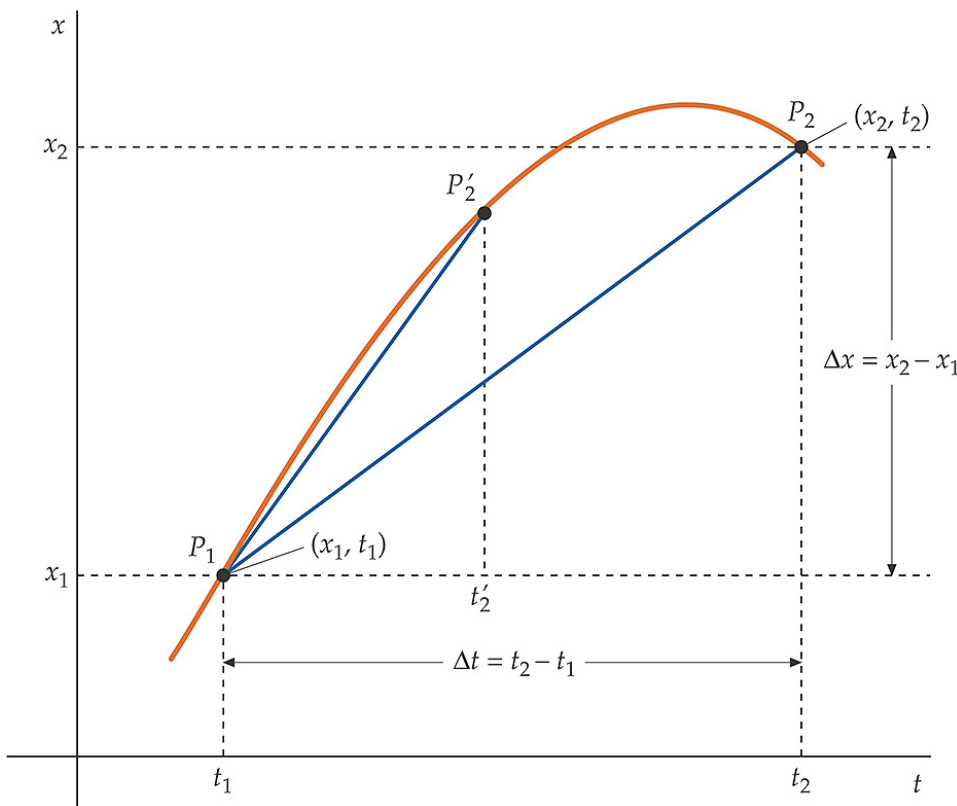
# Posició – Desplaçament – Distància recorreguda

**Desplaçament** = canvi en la posició de la partícula

**Distància recorreguda** = longitud del trajecte recorregut per la partícula entre la posició inicial i la final

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

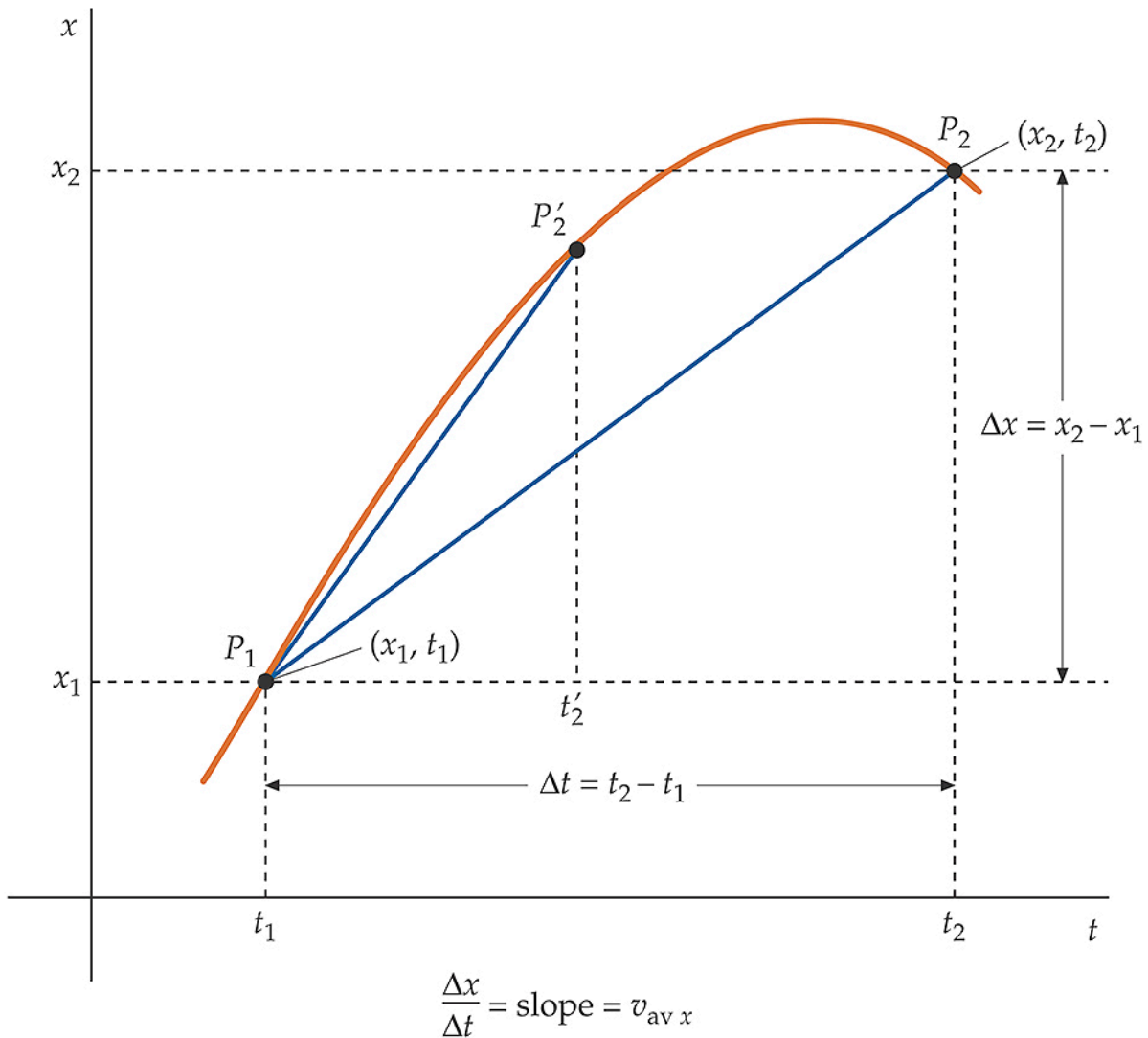
$s$



**Desplaçament  $\neq$  Distància recorreguda**

**Distància recorreguda  $\geq$  Desplaçament**

# Velocitat



**Rapidesa o celeritat**

$$v = \frac{s}{\Delta t}$$

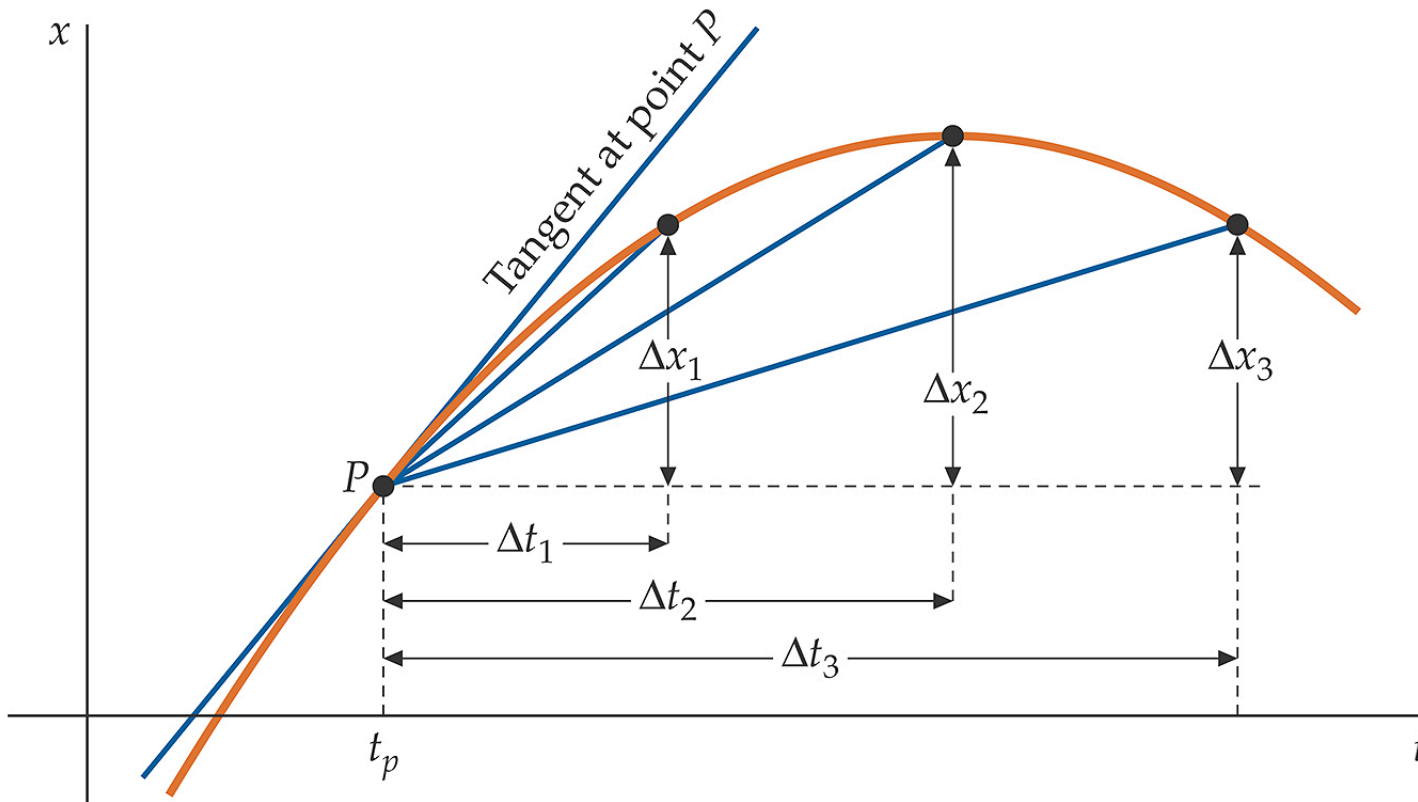
**velocitat mitjana**

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

# Velocitat instantània

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

En el gràfic del moviment, la velocitat instantània és el pendent de la recta tangent a la corba de la posició,  $x$ , en funció del temps,  $t$



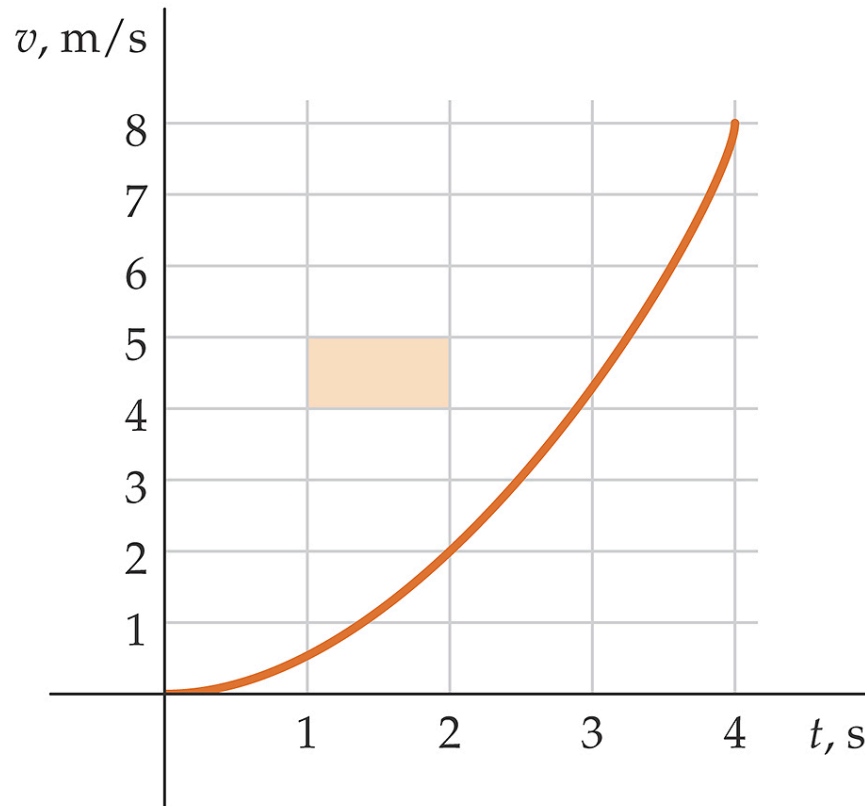
# Acceleració

## Acceleració mitjana

$$a_{av} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$$

## Acceleració instantània

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$



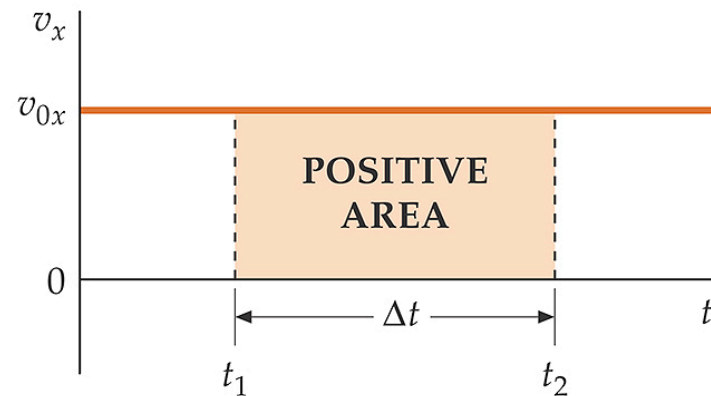
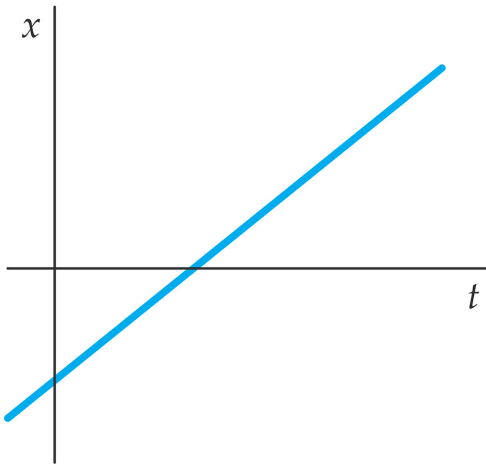
En el gràfic de la velocitat instantània en funció del temps, l'acceleració és el pendent de la recta tangent a la corba

# Moviment Rectilini Uniforme / MRU

$$v = \text{constant}$$

Partint d'una posició inicial  $x_0$ , transcorregut un interval de temps  $\Delta t$ , el desplaçament serà,

$$\Delta x = x - x_0 = v_x \Delta t$$



El gràfic del moviment del MRU és una recta. La velocitat és el pendent de la recta

El gràfic de la velocitat en funció del temps serà una recta de pendent zero. L'àrea del rectangle definit sota la recta i entre els temps inicial i final, és el desplaçament produït en aquets interval de temps.

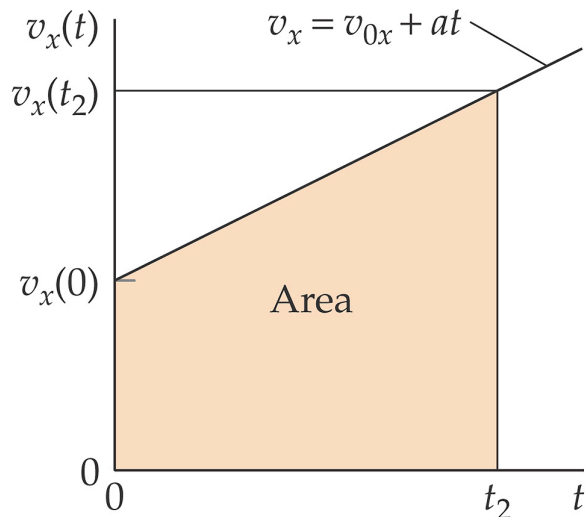
# Moviment Rectilini Uniformement Accelerat / MRUA

$$a = \text{constant}$$

En un moviment amb acceleració constant (la mateixa  $a$  llarg del temps), les acceleracions mitjana i instantània són iguals

Partint d'una velocitat inicial  $v_{0x}$ , transcorregut un interval de temps  $\Delta t$ , la velocitat serà,

$$v_x = v_{0x} + \Delta v = v_{0x} + a_x \Delta t$$



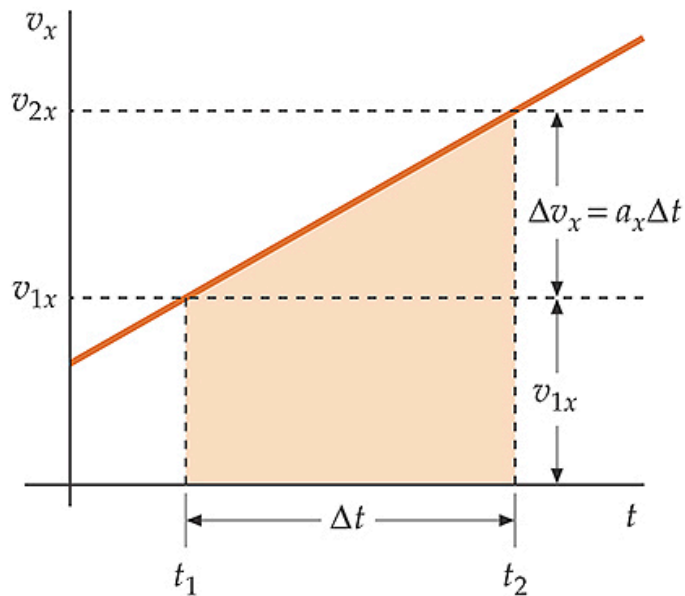
En aquest moviment, el gràfic de la velocitat en funció del temps és una **recta de pendent l'acceleració**.

L'**àrea sota** aquesta **recta**, entre els instants inicial i final, és el **desplaçament** del cos en el mateix interval de temps



# Moviment Rectilini Uniformement Accelerat / MRUA

Per calcular el desplaçament calcularem l'àrea sota la recta  $v(t)$  entre els instants inicial ( $t_1$ ) i final ( $t_2$ ) del moviment

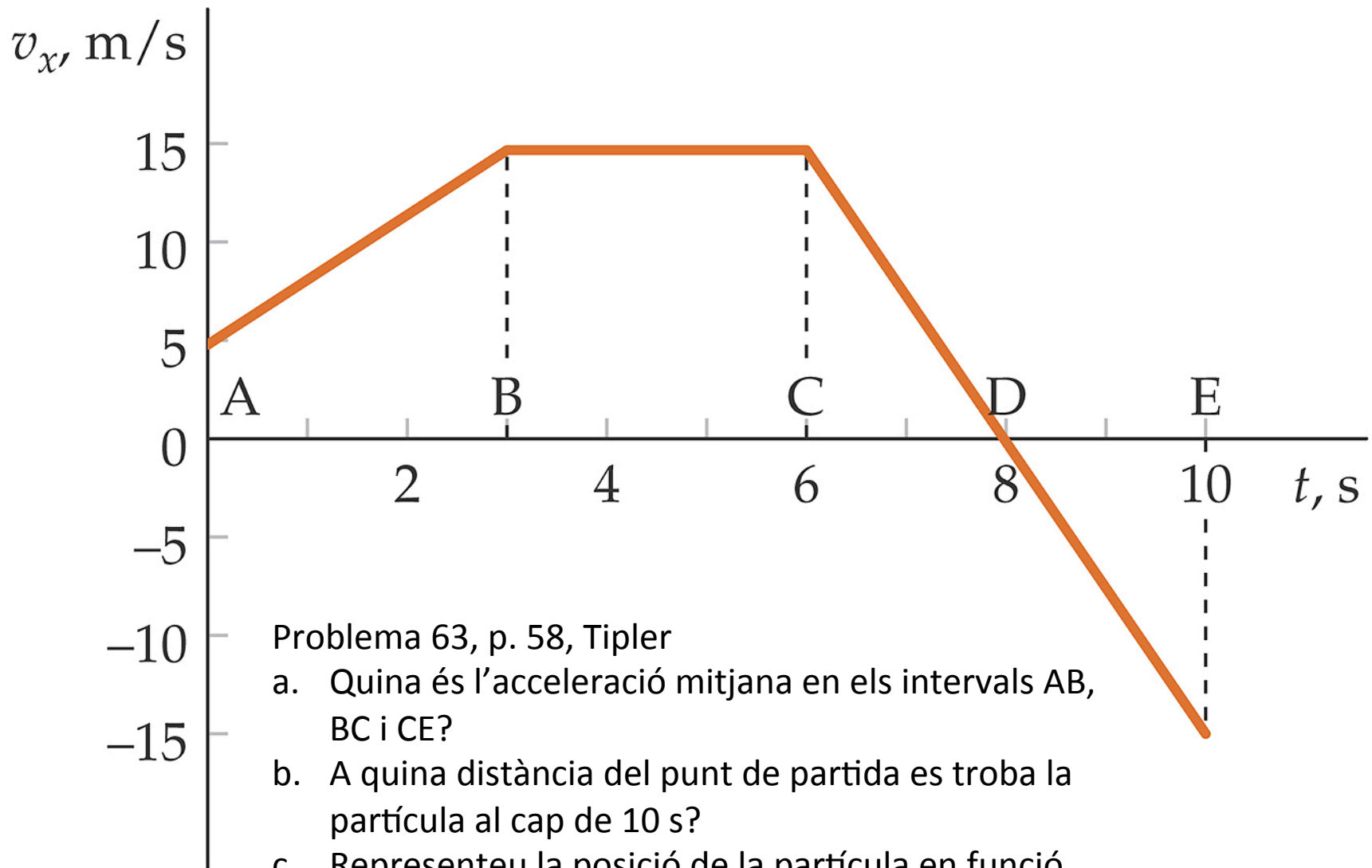


$$\Delta x = v_{1x} \Delta t + \frac{1}{2} \Delta v_x \Delta t = v_{1x} \Delta t + \frac{1}{2} a_x (\Delta t)^2$$

Si fem que el temps comenci a comptar en l'instant que inicia el moviment,  $t_1=0$ ,

$$x - x_0 = v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

On  $x_0$  i  $v_0$  són la posició i velocitat instantània en l'instant  $t=0$ , i  $x=x(t)$  és la posició en l'instant  $t$



Problema 63, p. 58, Tipler

- Quina és l'acceleració mitjana en els intervals AB, BC i CE?
- A quina distància del punt de partida es troba la partícula al cap de 10 s?
- Representeu la posició de la partícula en funció del temps i indiqueu-hi els instants A, B, C, D i E.
- En quin moment la partícula es mou més lentament?

El mòdul del desplaçament d'una partícula és sempre més gran que la distància recorreguda  
(V/F)

Un piragüista que es troba en un embassament, es desplaça des de la posició  $(x_1, y_1) = (210 \text{ m}, 20 \text{ m})$  fins a la posició  $(x_2, y_2) = (70 \text{ m}, 120 \text{ m})$  en un temps de  $2'40''$ . Calculeu el vector velocitat mitjana per aquest desplaçament. Trobeu el seu mòdul i direcció

La posició d'un piragüista que es troba en un embassament, ve determinada per l'expressió  $r(t)=(80-2,7t+0,27t^2)\mathbf{i}+(150+2t-0,15t^2)\mathbf{j}$ . Calculeu:

- la posició del piragüista a  $t=0$  i a  $t=10$  s
- el desplaçament en el mateix interval de temps
- la velocitat instantània a  $t=0$  i a  $t=10$  s
- la direcció de moviment a  $t=0$  i a  $t=10$  s

Una persona camina 3 km cap a l'Oest i, després, 4 km en direcció  $60^\circ$  cap al Nord-Est. Per tant, el desplaçament total de la persona és de 7 km.

(V/F)

*Per quin del gràfics  $v$  vs  $t$  acaba la partícula més allunyada de la posició inicial?*

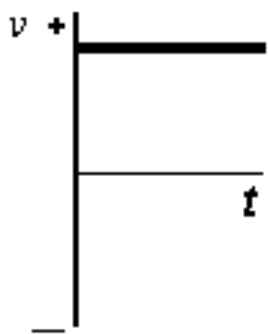
A.

B.

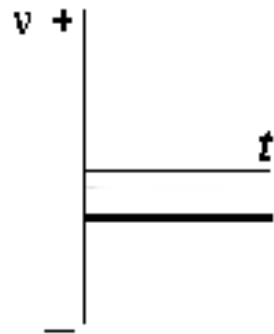
C.

D.

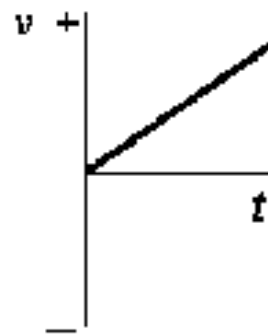
E.



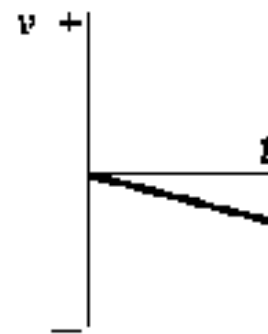
(A)



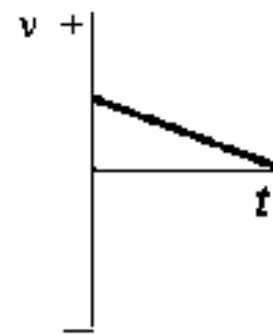
(B)



(C)



(D)



(E)

El passat 10 d'agost, Marc Márquez va assolir el rècord de 10 victòries consecutives del campionat de MotoGP a l'imposar-se en el Gran Premi d'Indianapolis. Marc Márquez va completar les 27 voltes al circuit en un temps de 42:07.041. Sabent que la longitud del circuit d'Indianapolis és de 4170 m, calculeu:

- a. el desplaçament total en la cursa;
- b. la distància recorreguda;
- c. la velocitat mitjana.
- d. La volta més ràpida en aquest gran premi també la va establir Marc Márquez en un temps de 1'32.831. Calcula l'augment percentual de la velocitat mitjana en aquesta volta respecte a la mitjana durant la cursa

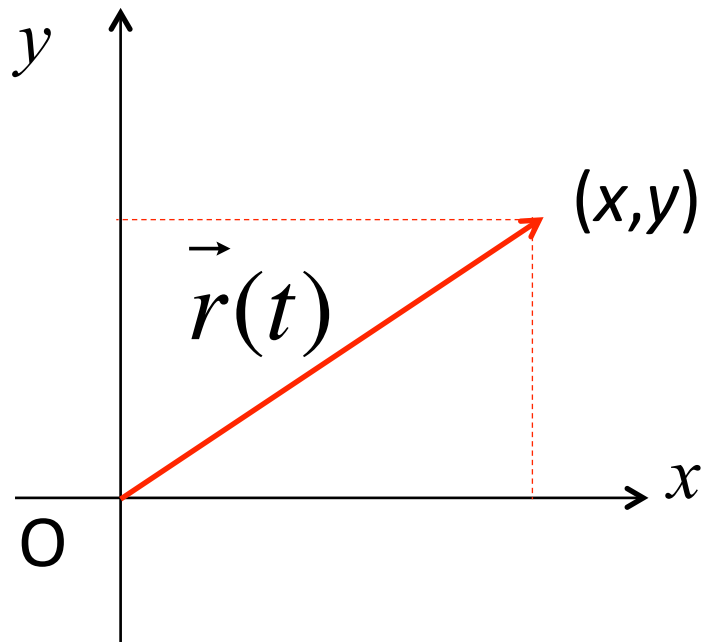


# **MOVIMENT DE DUES DIMENSIONS. MOVIMENT EN EL PLA**

CURS ZERO

SETEMBRE 2014

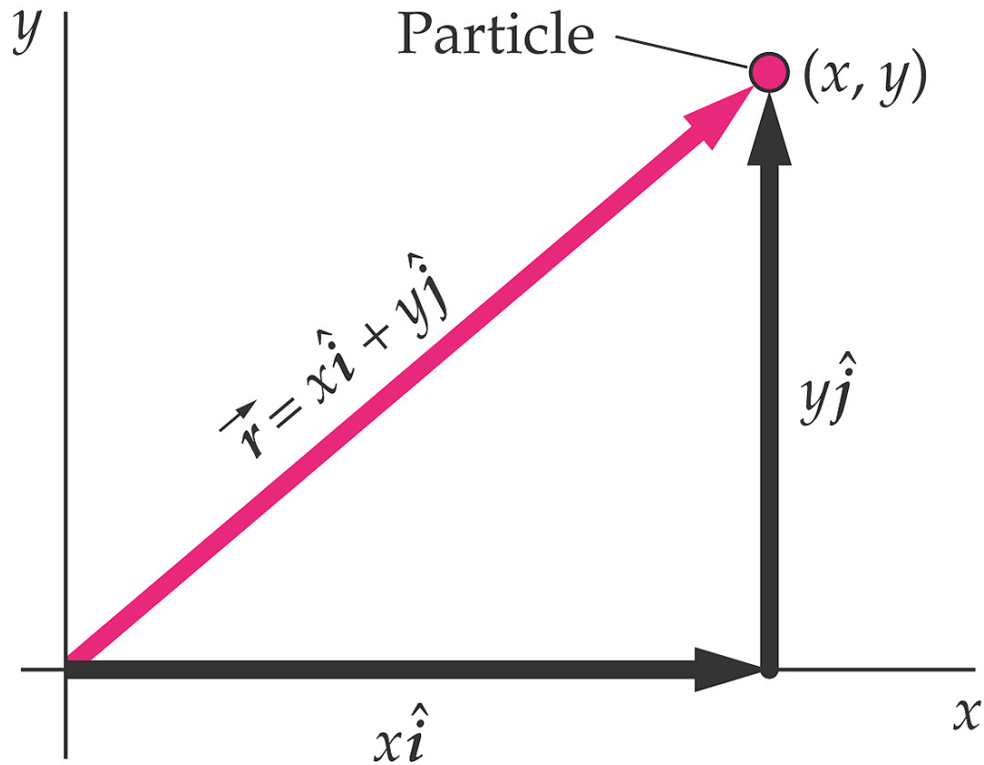
# Moviment en dues dimensions: moviment en el pla



$$\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} = (x, y)$$

# Vector Posició

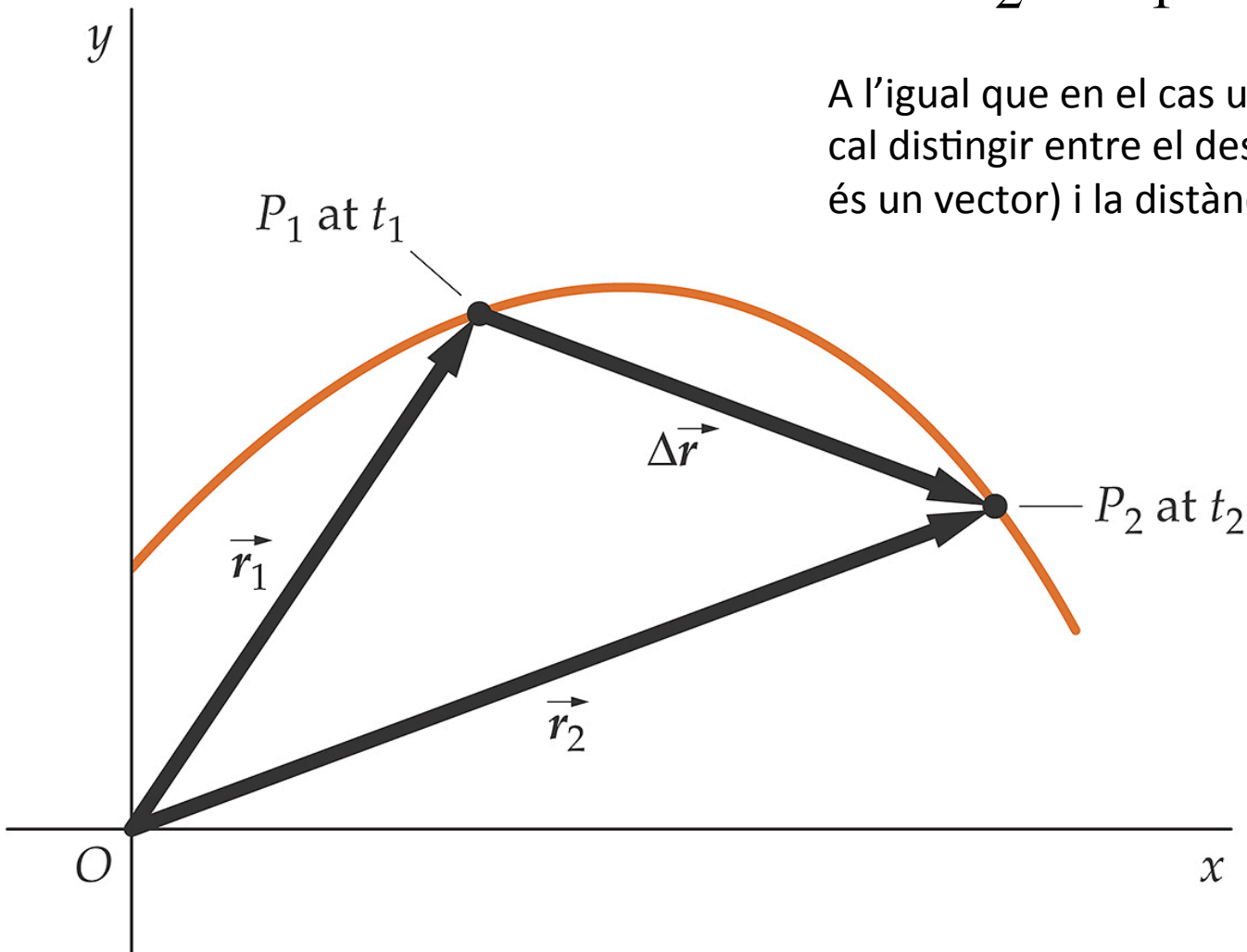
A l'igual que en el moviment en una dimensió, la posició és un vector que, en aquest cas, té dues dimensions (pla)



# Vector Desplaçament

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

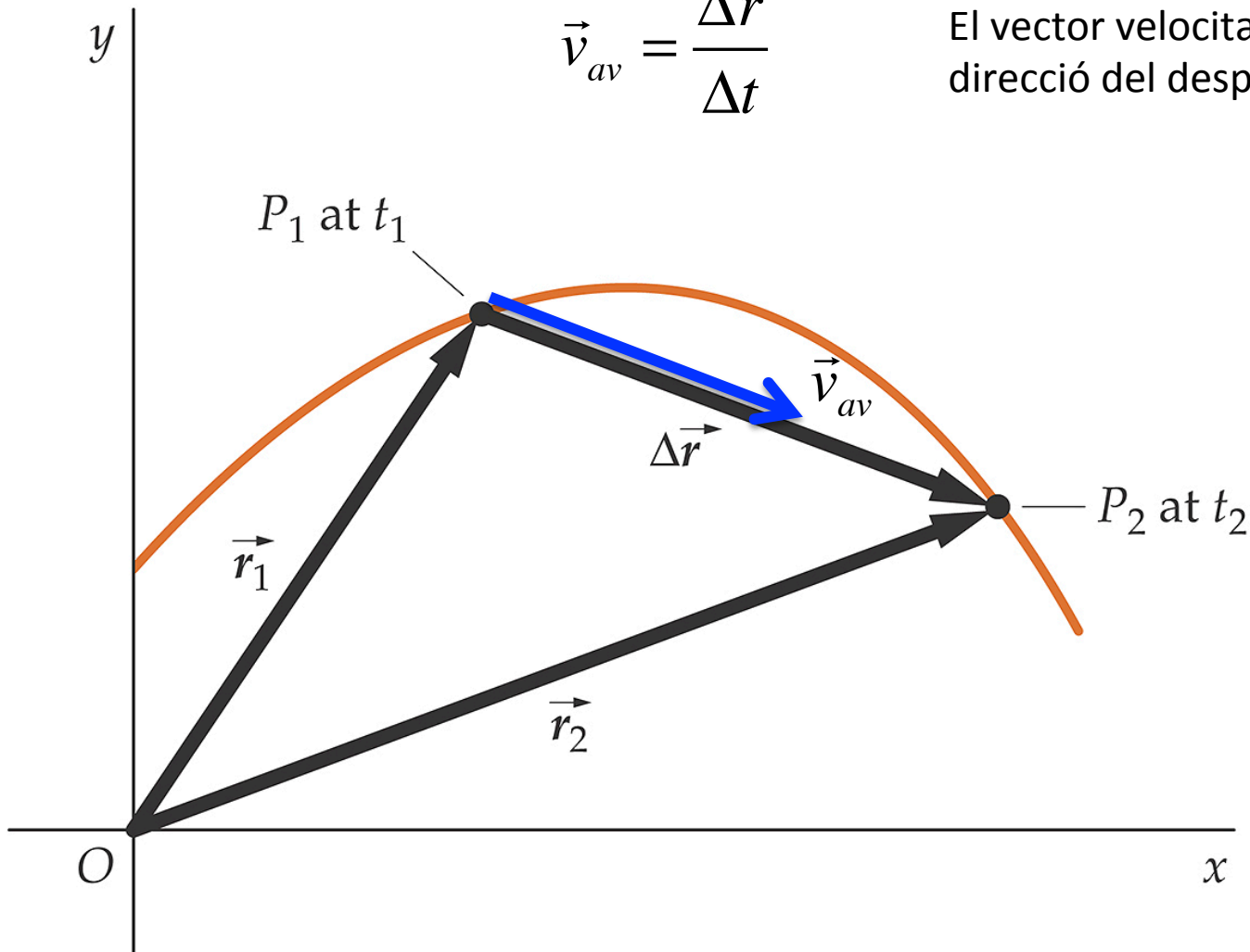
A l'igual que en el cas unidimensional, cal distingir entre el desplaçament (que és un vector) i la distància recorreguda



# Velocitat Mitjana

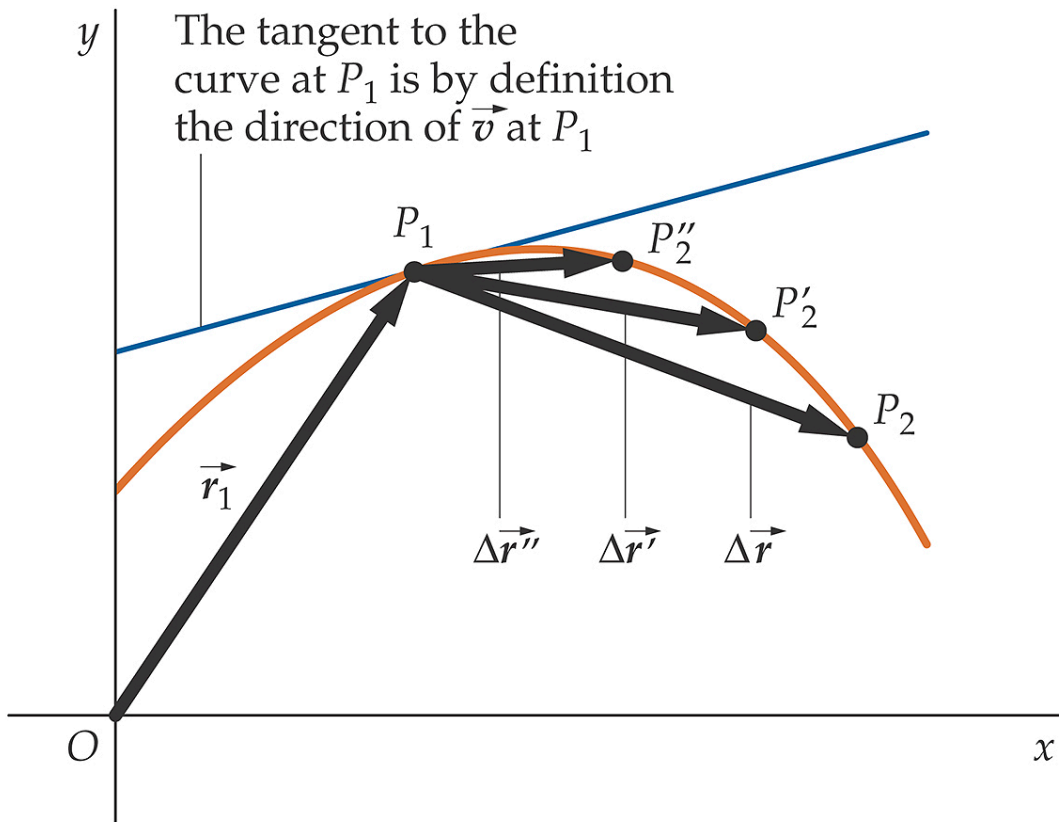
$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

El vector velocitat mitjana té la direcció del desplaçament



# Velocitat Instantània

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



La velocitat instantània té la direcció de la tangent a la trajectòria en el punt on es calculi

# Acceleració

Acceleració mitjana

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Acceleració instantània

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Components de la velocitat

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

Components de l'acceleració

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

# Acceleració

L'acceleració té la direcció del vector canvi de velocitat

$t_0$  ●

$t_1$  ●

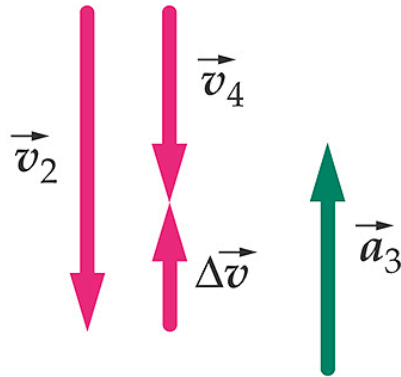
$t_2$  ●  $\vec{v}_2$

$t_3$  ●

$t_4$  ●  $\vec{v}_4$

$t_5$  ●

(a)



(b)

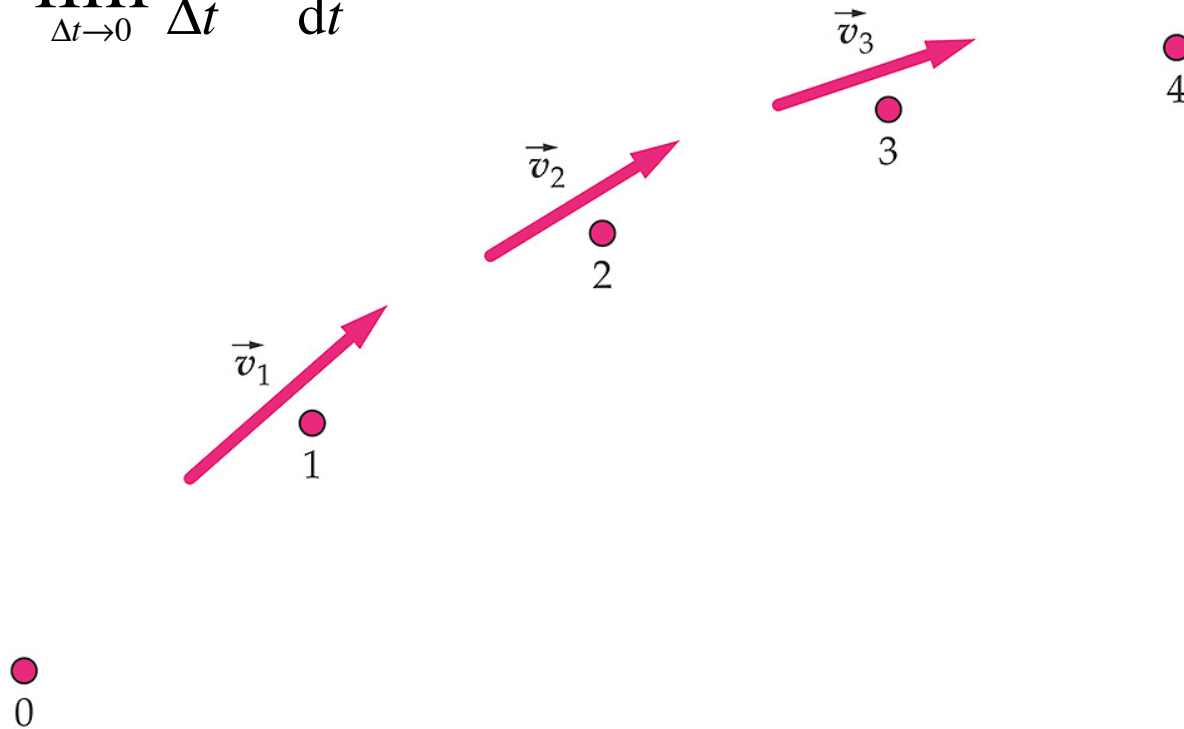
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



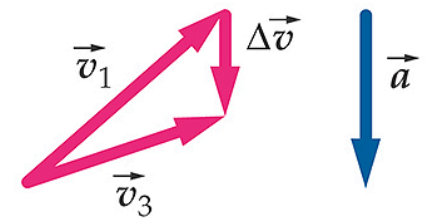
# Acceleració

Direcció del vector acceleració. Exemple bidimensional

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



(a)



(b)

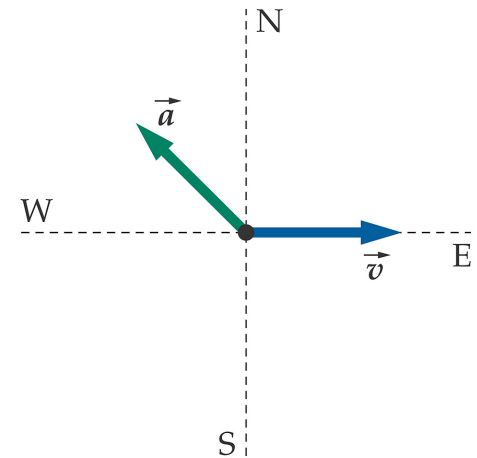
El vector velocitat instantània sempre senyala  
en la direcció de moviment

(V/F)

Si un objecte es mou cap a l'oest, la seva acceleració només pot estar dirigida cap a l'oest  
(V/F)

La velocitat d'una partícula es dirigeix cap a l'est, mentre que l'acceleració ho fa cap al nord-oest, tal com mostra la figura. La partícula:

- accelera i gira cap al nord
- accelera i gira cap al sud
- frena i gira cap al nord
- frena o i gira cap al sud
- manté constant la velocitat i gira cap al sud



Una partícula que es mou amb rapidesa constant no pot estar accelerada (V/F)

Doneu exemples de moviments pels quals les direccions dels vectors velocitat i acceleració siguin:

- a. oposats
- b. iguals
- c. perpendiculars

L'acceleració d'un vehicle és nul·la quan:

- a. gira a la dreta amb rapidesa constant (V/F)
- b. puja per una carretera recta amb pendent, amb rapidesa constant (V/F)
- c. travessa un port de muntanya amb rapidesa constant (V/F)
- d. arriba a la part més baixa d'una vall amb rapidesa constant (V/F)
- e. augmenta de rapidesa quan baixa al llarg d'una pendent recta (V/F)

Llencem un objecte verticalment cap amunt i observem que als 3 s arriba a l'alçada màxima que és 45 m. Trobeu:

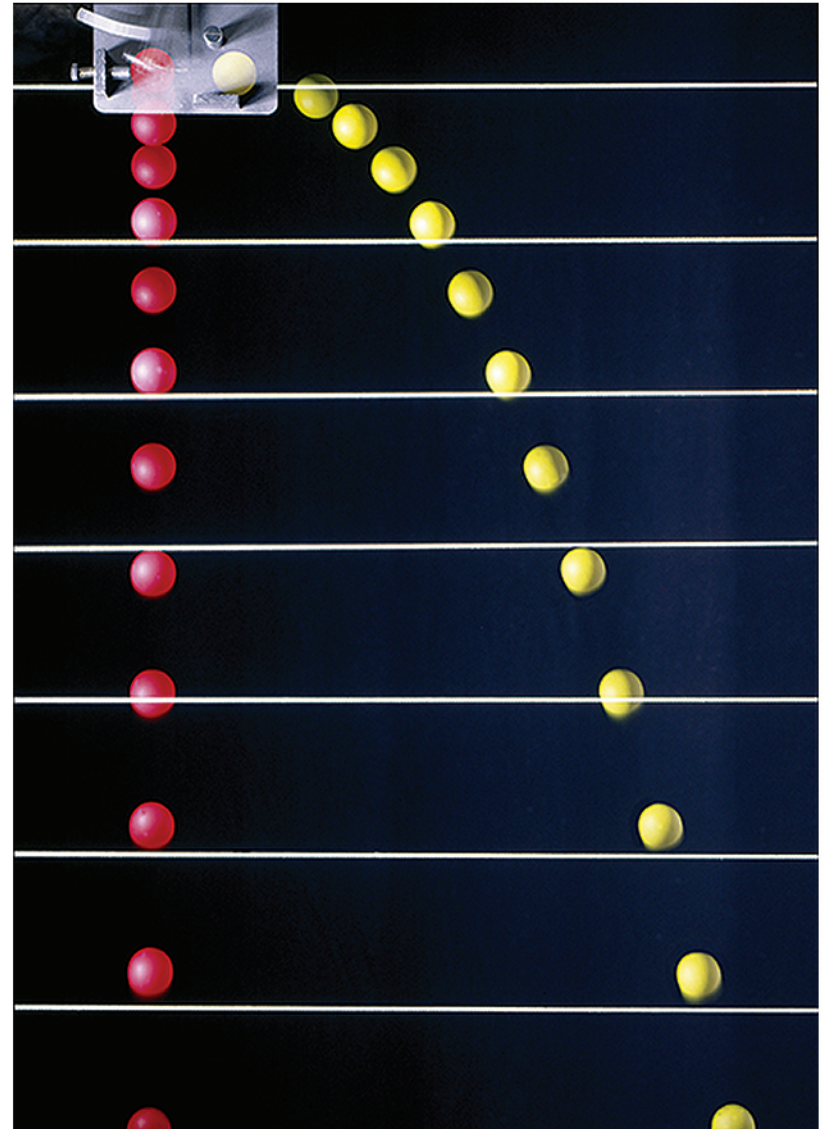
- a. la velocitat a la què hem llençat l'objecte;
- b. la velocitat en el punt més alt de la trajectòria;
- c. la velocitat quan torni a tocar el terra;
- d. el temps que tardarà en baixar des del punt més alt fins al terra;
- e. l'acceleració en el punt més alt de la trajectòria;
- f. l'acceleració en el punt més baix de la trajectòria, just abans de tocar el terra.



# Composició de moviments perpendiculars

Comparació entre el moviment de dues boles iguals, una (roja) seguint un moviment unidimensional de caiguda lliure des del repòs, amb acceleració constant, i l'altra (groga) amb la mateixa acceleració vertical però a la que s'ha donat una velocitat inicial en la direcció horitzontal.

Observeu que en el sentit vertical els moviments són iguals, o sigui, les dues boles cauen la mateixa distància a iguals intervals de temps



# MOVIMENT PROJECTILS

Superposició d'un MRU en direcció horitzontal i un MRUA en direcció vertical

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t$$

$$v_x = v_{0x} = \text{ctant}$$

$$a_x = 0$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

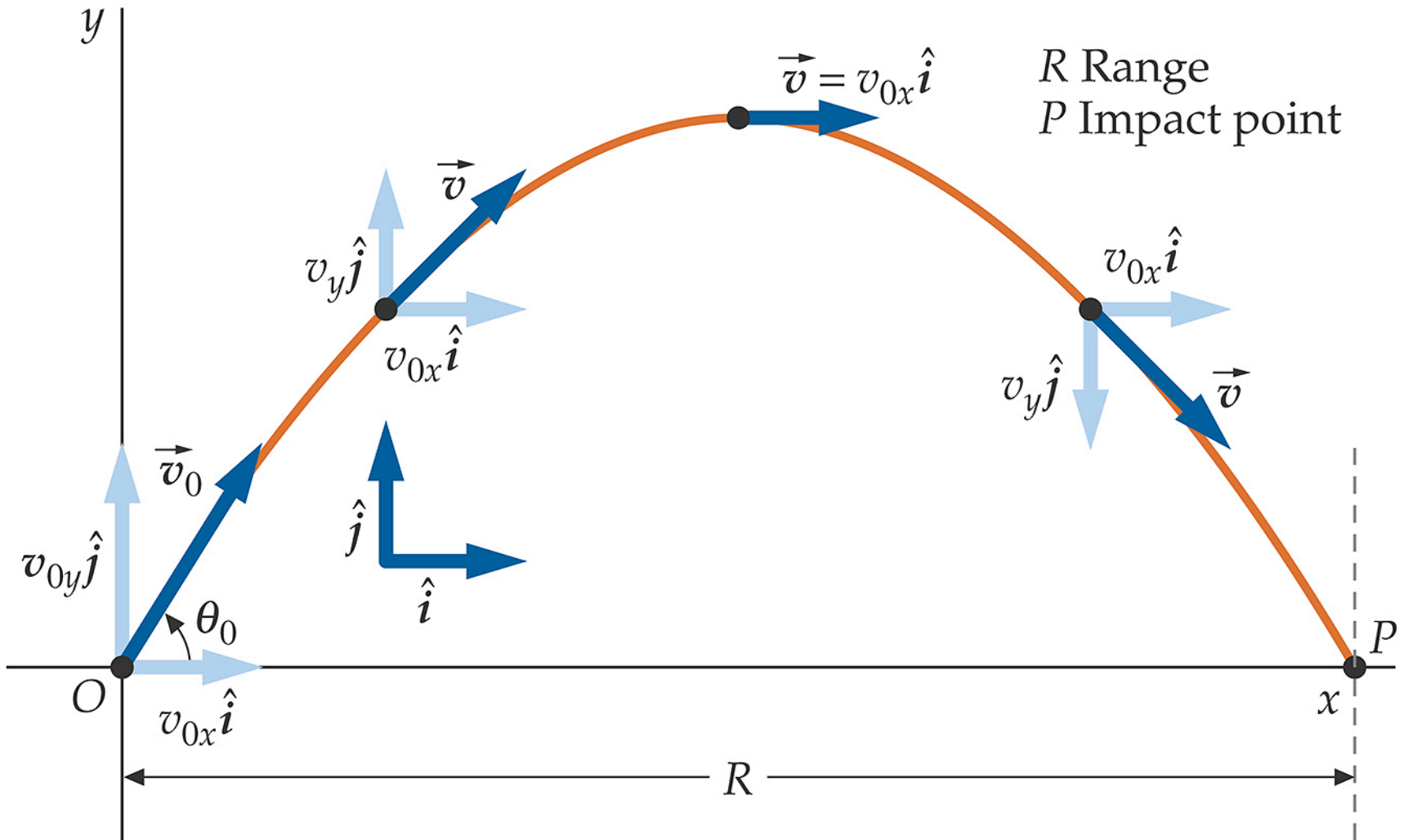
$$a_y = -g$$

## Trajectòria

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$y(x) = (\tan \theta_0)x - \left( \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} \right) x^2$$

# Moviment parabòlic



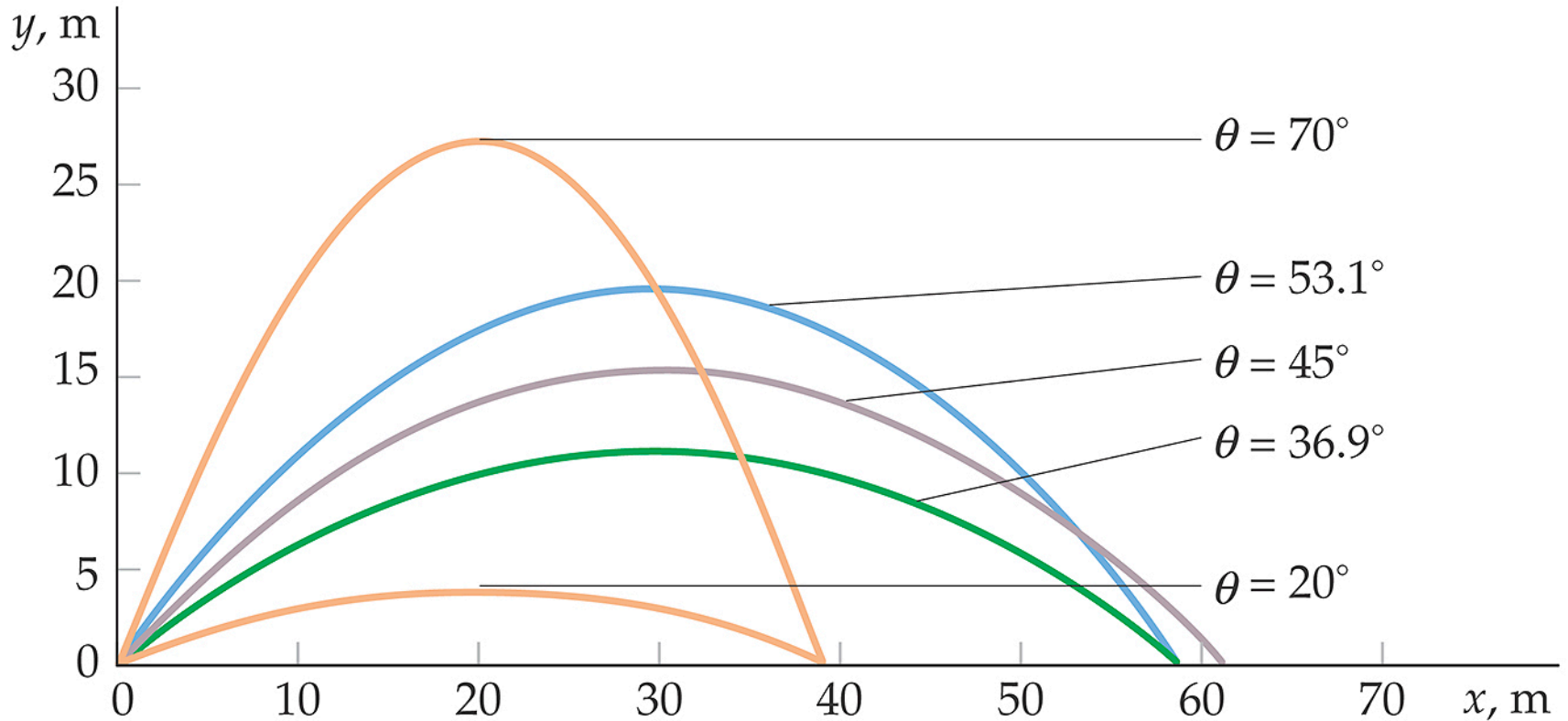
## Exercici 3.2

Un estudiant llença una pilota a l'aire amb una velocitat inicial de  $24,5 \text{ m/s}$ , i aquesta forma un angle de  $36,9^\circ$  amb l'horitzontal. Un altre estudiant atrapa la pilota. Determineu:

- El temps total que la pilota és en l'aire.
- La distància total horitzontal recorreguda.
- Quant temps hauria estat la pilota en l'aire si l'hagués llençat verticalment cap amunt i l'hagués atrapat el mateix estudiant que la llença?

$$v_0 = 24,5 \text{ m/s}$$

Anàlisi de la trajectòria per diferents inclinacions del llançament del problema anterior



Abast horitzontal

$$x_{\text{màx}} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

Un projectil que es llença horitzontalment tarda el mateix temps en caure que un projectil en repòs deixat anar des de la mateixa alçada. (V/F) (Ignorar l'efecte de l'aire).

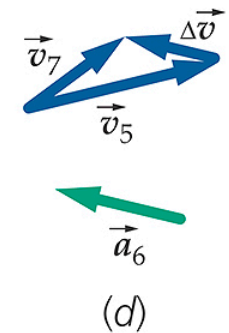
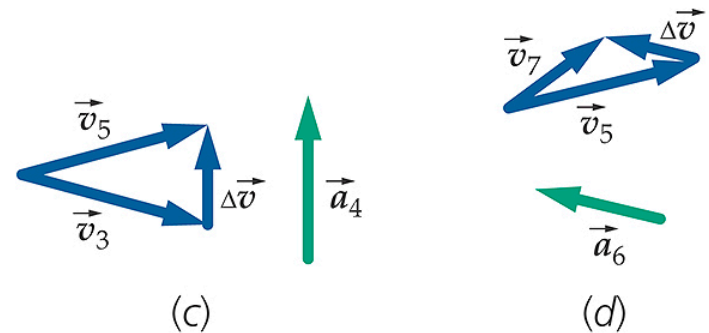
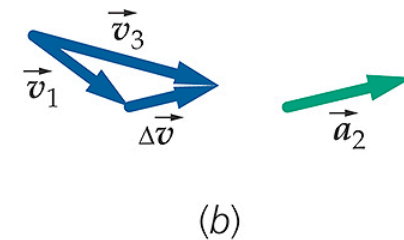
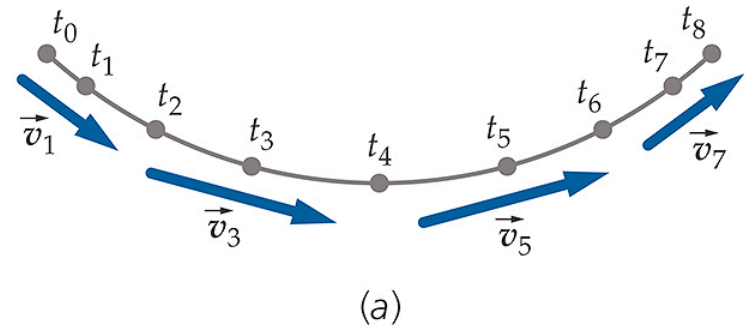
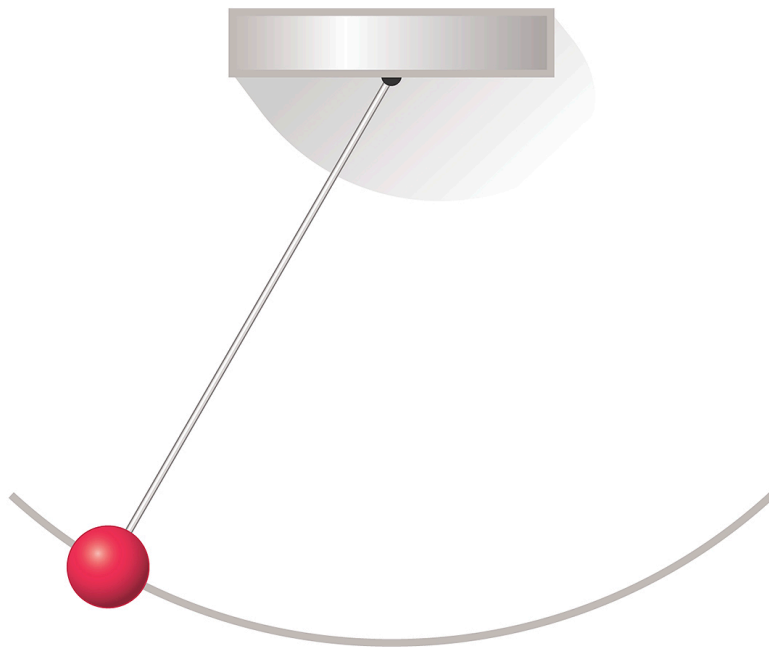
Des de la part superior d'un edifici es llença una pedra cap a dalt, formant un angle de  $30^\circ$  amb l'horitzontal, i amb una velocitat de  $20,0 \text{ m/s}$ . Si l'altura de l'edifici és de  $45,0 \text{ m}$ ,

- a. quant temps tarda la pedra en arribar a terra?
- b. Quina és la velocitat de la pedra just abans de toca a terra?

# MOVIMENT CIRCULAR

La trajectòria recorre una circumferència, completa o parcialment.

Exemple: la oscil·lació d'un pèndol.  
Observem el canvi en la velocitat i en l'acceleració del cos





# MOVIMENT CIRCULAR UNIFORME

Moviment sobre un cercle a rapidesa constant.

Malgrat que la rapidesa és constant, no ho és la velocitat i, per tant, hi haurà acceleració

$$v = \text{constant} \quad ; \quad \vec{v} \neq \text{constant}$$

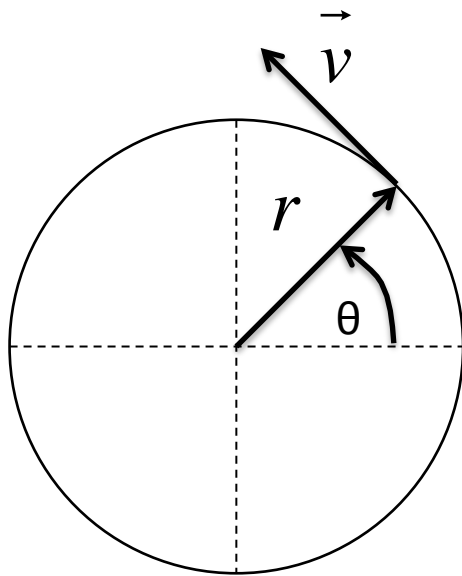
**Acceleració centrípeta.**

És normal (perpendicular) a la trajectòria en cada punt

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

# Moviment Circular Uniforme

El període del moviment és el temps  $T$  per fer una volta sencera



$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

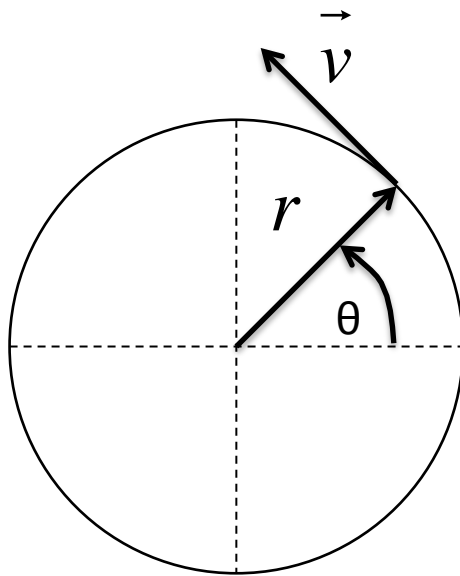
$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$v = \omega r$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

# Moviment Circular Uniforme

Velocitat angular constant



$$\theta = \omega t$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

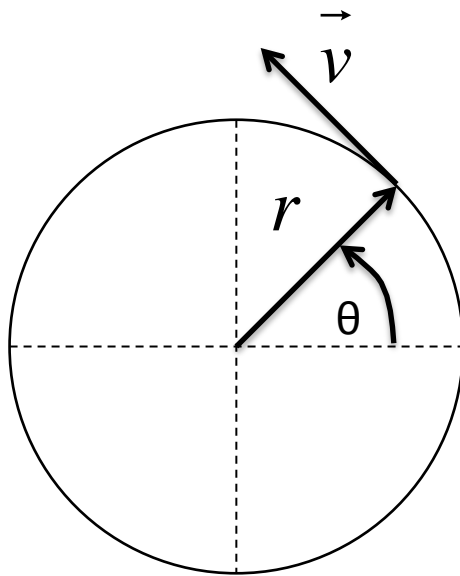
$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

$$s = \theta r$$
$$v = \omega r$$

# Moviment Circular Uniformement Accelerat

Acceleració angular constant



$$\theta = \omega t$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

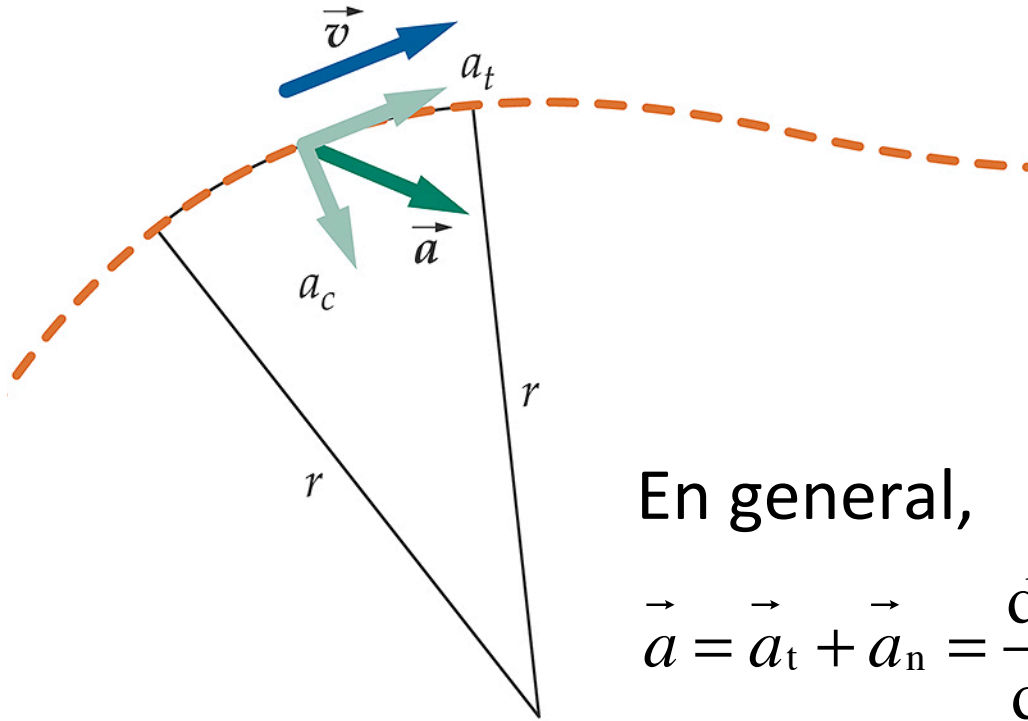
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$s = \theta r$$
$$v = \omega r$$

# COMPONENTS INTRÍNSEQUES DE L'ACCELERACIÓ



$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad \text{Acceleració tangencial}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \text{Acceleració centrípeta}$$

En general,

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt} \left( \frac{\vec{v}}{v} \right) - \frac{v^2}{r} \vec{u}_r = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t - \frac{v^2}{r} \vec{u}_r$$

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2$$

$\vec{u}_t$  Vector unitari en la direcció tangencial

$\vec{u}_r$  Vector unitari en la direcció radial

Un vehicle viatja al llarg d'un camí circular de 20,0 m de radi mentre la seva rapidesa augmenta a raó de  $0,600 \text{ m/s}^2$ . En el moment en què la seva rapidesa instantània és de  $4,00 \text{ m/s}$ , trobeu:

- a. l'acceleració tangencial;
- b. l'acceleració centrípeta
- c. la magnitud i direcció de l'acceleració total

# RECURSOS

- [Hyperphysics – Cinematica](#)
- [Cinemática - Curso Interactivo de Física - Ángel Franco](#)
- [Physics - Khan Academy](#)
- Tipler-Mosca, [Física per a la ciència i la tecnologia](#), 6a Edició, Ed Reverté, 2010