

	<b>ENSENYAMENT DE I.T. INDUSTRIAL (MECANICA)</b>		
	<b>ASSIGNATURA: MÉTODOS NUMÉRICOS</b>		
	<b>PROFESSOR/A RESPONSABLE: Dr. Isaac A. García</b>		
	<b>CURS: 2nd</b>	<b>CRÈDITS: 7.5</b>	<b>TIPUS: OBLIGATORIA</b>

### 1. OBJECTIUS

La asignatura se basa en la obtención de métodos constructivos para la solución aproximada de problemas reales. Los Métodos Numéricos son una herramienta fundamental en el campo de las ciencias aplicadas que tratan de diseñar métodos que aproximen, de forma eficiente, las soluciones de problemas previamente formulados matemáticamente. En la mayoría de los casos, el problema matemático se deriva de un problema práctico en áreas experimentales como es la Ingeniería

El objetivo de la asignatura es el estudio de algoritmos y métodos constructivos que nos permitan obtener la solución de un problema con una precisión arbitraria en un número finito de pasos. Al requerir muchos cálculos, el desarrollo de los métodos numéricos ha ido en paralelo con el de los computadores que han hecho factible su utilización.

La asignatura dará soporte a asignaturas técnicas del mismo curso y de cursos superiores.

### 2. ESTRUCTURA

La asignatura de Métodos Numéricos se imparte en el primer semestre de segundo curso. Es una asignatura obligatoria de la titulación, que está estructurada para ser impartida a lo largo de 15 semanas a razón de 4 horas semanales y 1 hora semanal de prácticas de laboratorio que corresponden en total a 7.5 créditos (75 horas). Las 4 horas semanales se dividen en 2 horas de clases teóricas y 2 horas de problemas.

### 3. PROGRAMA

#### 1. Errores, Estabilidad y Condicionamiento.

- 1.1. Preliminares.
  - 1.1.1. Cálculo científico y campos de aplicación.
  - 1.1.2. Modelización matemática, simulación numérica y algoritmos.
- 1.2. Errores.
  - 1.2.1. Errores en las entradas.
  - 1.2.2. Aritmética de coma flotante: errores de redondeo.
  - 1.2.3. Errores de truncamiento o discretización.
  - 1.2.4. Análisis y propagación de errores.
- 1.3. Estabilidad.

- 1.3.1. Estabilidad numérica de algoritmos.
- 1.3.2. Problemas numéricos inestables.
- 1.3.3. Problemas bien y mal condicionados.

## **2. Sistemas de Ecuaciones Lineales.**

- 2.1. Conceptos Básicos.
  - 2.1.1. Tipos de matrices.
  - 2.1.2. Normas vectoriales y matriciales.
- 2.2. Métodos Directos.
  - 2.2.1. Resolución de sistemas triangulares.
  - 2.2.2. Eliminación Gaussiana.
  - 2.2.3. Estrategias de pivotación.
  - 2.2.4. Descomposición LU de una matriz.
  - 2.2.5. Cálculo de determinantes e inversas de matrices cuadradas.
  - 2.2.6. Acotación de errores y número de condición.

## **3. Interpolación Polinómica.**

- 3.1. Introducción.
  - 3.1.1. Objetivos de la interpolación.
  - 3.1.2. Diferentes tipos de interpolación.
- 3.2. Interpolación Polinómica.
  - 3.2.1. Existencia y unicidad del polinomio interpolador.
  - 3.2.2. Fórmula de Lagrange.
  - 3.2.3. Particularización a abscisas (nodos) equiespaciadas.
  - 3.2.4. Esquema de diferencias divididas e interpolación de Newton.
  - 3.2.5. Error en la interpolación polinómica.
  - 3.2.6. Elección de los nodos: Polinomios de Chebychev.
  - 3.2.7. Interpolación de Hermite.
  - 3.2.8. El problema de la interpolación polinómica: Fenómeno Runge.
- 3.3. Interpolación por Splines.
  - 3.3.1. Definición de función spline de grado  $k$ .
  - 3.3.2. Construcción de splines cúbicos.
  - 3.3.3. Splines cúbicos naturales.

## **4. Aproximación de Funciones.**

- 4.1. Introducción y Fundamentos Teóricos.
  - 4.1.1. Objetivos de la aproximación.
  - 4.1.2. Tipos de aproximación: polinómica, trigonométrica, exponencial.
  - 4.1.3. Aproximación discreta y continua.
  - 4.1.4. Existencia y unicidad de la función aproximadora.
  - 4.1.5. Norma Euclidiana: Aproximación por mínimos cuadrados.
  - 4.1.6. Norma del máximo: Aproximación min-max.
  - 4.1.7. Ecuaciones normales.
  - 4.1.8. Familias ortogonales.
- 4.2. Aproximación Polinomial por Mínimos Cuadrados.
  - 4.2.1. Obtención de las ecuaciones normales.
  - 4.2.2. Polinomios ortogonales.
  - 4.2.3. Aproximación discreta: Polinomios de Gram.
  - 4.2.4. Aproximación continua: Polinomios de Legendre.
  - 4.2.5. Sistemas lineales sobredeterminados.

## **5. Derivación Numérica.**

### 5.1. Introducción.

#### 5.1.1. Utilidad de la derivación numérica.

### 5.2. Desarrollos de Taylor y Derivación Aproximada.

#### 5.2.1. Fórmulas de diferencias hacia adelante, hacia atrás y centradas.

#### 5.2.2. Errores de truncamiento.

#### 5.2.3. Aproximaciones para las derivadas de orden superior.

### 5.3. Extrapolación de Richardson.

### 5.4. Derivación Interpolatoria.

#### 5.4.1. Aplicación de la interpolación de Lagrange a la derivación.

#### 5.4.2. Estudio del error en la derivación interpolatoria.

#### 5.4.3. Caso particular de abscisas equiespaciadas.

## **6. Integración Numérica.**

### 6.1. Introducción.

#### 6.1.1. Utilidad de la integración numérica.

#### 6.1.2. Grado de precisión.

#### 6.1.3. Integración interpolatoria.

### 6.2. Fórmulas de Newton-Cotes.

#### 6.2.1. Fórmulas de Newton-Cotes simples abiertas y cerradas.

#### 6.2.2. Casos particulares: regla de los trapecios, regla de Simpson, etc...

#### 6.2.3. Fórmulas compuestas de Newton-Cotes.

#### 6.2.4. Error en las fórmulas simples y compuestas.

### 6.3. Método de Romberg.

### 6.4. Integración Gaussiana.

#### 6.4.1. Máximo grado de precisión.

#### 6.4.2. Algunas propiedades de los polinomios ortogonales.

#### 6.4.3. Obtención de las fórmulas gaussianas.

#### 6.4.4. Estudio del error en las fórmulas gaussianas.

## **7. Ecuaciones no Lineales.**

### 7.1. Introducción.

#### 7.1.1. Ecuaciones no resolubles de manera exacta.

#### 7.1.2. El teorema de Bolzano: algoritmo de bisección.

### 7.2. Algunos Métodos Iterativos.

#### 7.2.1. Método de Newton-Raphson o de la tangente.

#### 7.2.2. Método de la secante.

### 7.3. Sistemas no Lineales y método de Newton-Raphson.

## **8. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.**

### 8.1. Introducción.

#### 8.1.1. Problema de Cauchy del valor inicial.

#### 8.1.2. Teorema de existencia y unicidad del problema de Cauchy.

### 8.2. Métodos de un Paso.

#### 8.2.1. Método de Euler.

#### 8.2.2. Métodos de Taylor.

#### 8.2.3. Método de Heun o de Euler modificado.

#### 8.2.4. Métodos de Runge-Kutta.

### 8.3. Consistencia y Convergencia.

#### 8.3.1. Definición de consistencia y su estudio en casos particulares.

8.3.2. Estimación del orden del error de discretización local.

8.3.3. Errores globales y convergencia.

## 5. MATERIALS DE L'ASSIGNATURA I PROGRAMARI

- Clases teóricas y de problemas en pizarra. Se utilizará una colección de problemas disponible para el alumno en copistería.
- Clases de laboratorio: se desarrollan las prácticas de programación con ordenador utilizando el software Mathematica. Los enunciados de las prácticas estarán disponibles para el alumno en copistería.

## 6. BIBLIOGRAFIA

### Bibliografía Básica:

- Chavarriga, J. García, I.A. y Giné, J. Manual de Métodos Numéricos. Ed. UdL, Eines 35, 1999.
- García, I.A. Métodos Numéricos: Problemas Resueltos y Prácticas. Paperkite Editorial, EPS, Lleida, 2004.
- Aubanell, A., Benseny, A. y Delshams, D. Eines Bàsiques de Càlcul Numèric. Publicacions de la UAB.
- Kincaid, D. y Cheney, W. Análisis numérico. Ed. Addison-Wesley, Delaware, 1994.
- Grau, M. i Noguera, M. Càlcul Numèric. Ed. UPC, Barcelona, 1993.
- Burden, R.L y Douglas Faires, J. Análisis Numérico. 6a edición, International Thomson Editores, México, 1999.

### Bibliografía Avanzada:

- Dahlquist, G. and Bjorck, A. Numerical methods. Ed. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1974.
- Isaacson, E. and Keller, H.B. Analysis of Numerical Methods. Jhon Wiley, New York, 1966.
- Kress, R. Numerical Analysis. Ed. Springer-Verlag, New-York, 1998.

## 7. AVALUACIÓ

La evaluación de la asignatura tiene 2 convocatorias: Febrero y Septiembre.

Se han de aprobar de forma independiente la parte de teoría-problemas (TP) y la de prácticas (P). La nota final será:

NOTA = 70% TP + 30% P.

En la parte de teoría-problemas, se realizarán las siguientes pruebas:

- i) Examen Parcial de Noviembre.
- ii) Examen Parcial de Febrero
- iii) Examen Final de Febrero.
- iv) Examen Final de Septiembre.

Se puede aprobar la parte de teoría-problemas de las formas siguientes: con el valor medio de las notas obtenidas en los dos exámenes parciales superior o igual a 5; o bien con la nota de alguno de los dos exámenes finales superior o igual a 5.

La parte de prácticas se aprueba obteniendo el valor medio de las calificaciones de las prácticas entregadas durante el curso superior o igual a 5. En caso de no superarse dicha nota, el profesor exigirá la entrega de una práctica adicional en la convocatoria de Septiembre. La entrega de todas las prácticas es condición necesaria para aprobar la asignatura.