MOVIMENT EN UNA DIMENSIÓ. MOVIMENT RECTILINI

CURS ZERO

SETEMBRE 2022

1

COM SABEM QUE UN OBJECTE ES MOU?

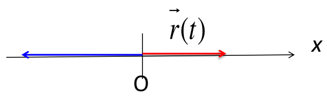
2

Conceptes

- Posició
- Desplaçament
- Distància recorreguda
- Trajectòria
- Velocitat mitjana
- Velocitat instantània
- Rapidesa
- Acceleració mitjana
- Acceleració instantània
- Components intrínseques de l'acceleració: acceleració tangencial i acceleració normal

3

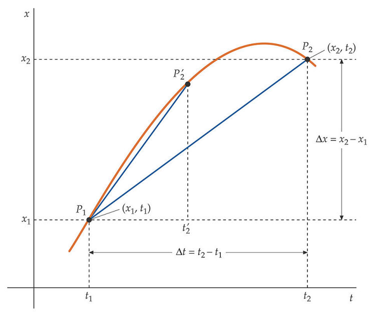
Moviment en una dimensió: moviment al llarg d'una línia recta



$$\vec{r}(t) = x\vec{i}$$
$$r(t) = x$$

4

Gràfic del moviment



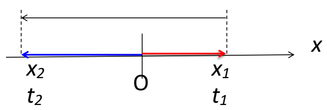
Gràfic que representa les posicions, *x*, que ocupa el cos que es mou en funció del temps, *t*

5

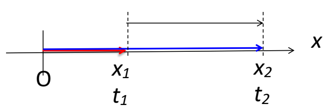
Posició – Desplaçament

$\Delta x = x_2 - x_1$ **Desplaçament** = canvi en la posició de la partícula

$\Delta x < 0$



$\Delta x > 0$



6

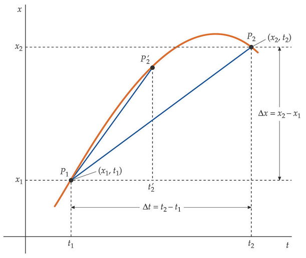
Posició – Desplaçament – Distància recorreguda

Desplaçament = canvi en la posició de la partícula

Distància recorreguda = longitud del trajecte recorregut per la partícula entre la posició inicial i la final

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$s$$

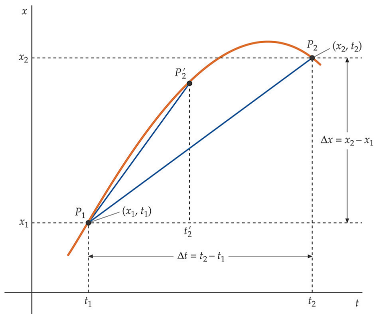


Desplaçament ≠ Distància recorreguda

Distància recorreguda ≥ Desplaçament

7

Velocitat



$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ = slope = $v_{av\,x}$

Rapidesa o celeritat

$$v = \frac{s}{\Delta t}$$

velocitat mitjana

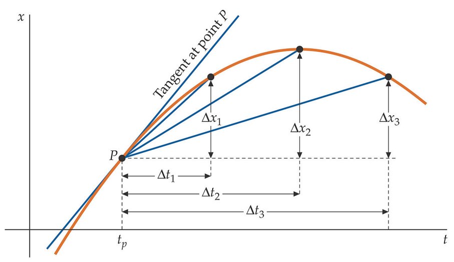
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

8

Velocitat instantània

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

En el gràfic del moviment, la velocitat instantània és el pendent de la recta tangent a la corba de la posició, *x*, en funció del temps, *t*



9

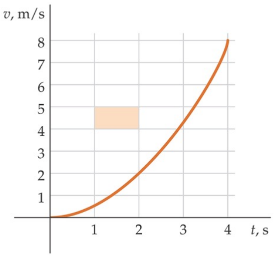
Acceleració

Acceleració mitjana

$$a_{av} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$$

Acceleració instantània

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$



En el gràfic de la velocitat instantània en funció del temps, l'acceleració és el pendent de la recta tangent a la corba

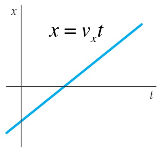
10

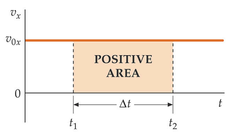
Moviment Rectilini Uniforme / MRU

***v* = constant**

Partint d'una posició inicial x_0, transcorregut un interval de temps Δt, el desplaçament serà,

$$\Delta x = x - x_0 = v_x \Delta t$$





El gràfic del moviment del MRU és una recta. La velocitat és el pendent de la recta

El gràfic de la velocitat en funció del temps serà una recta de pendent zero. L'àrea del rectangle definit sota la recta i entre els temps inicial i final, és el desplaçament produït en aquets interval de temps.

11

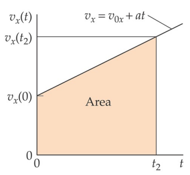
Moviment Rectilini Uniformement Accelerat / MRUA

***a* = constant**

En un moviment amb acceleració constant (la mateixa a llarg del temps), les acceleracions mitjana i instantània són iguals

Partint d'una velocitat inicial v_{0x}, transcorregut un interval de temps Δt, la velocitat serà,

$$v_x = v_{0x} + \Delta v = v_{0x} + a_x \Delta t$$

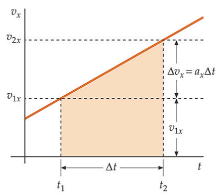


En aquest moviment, el gràfic de la velocitat en funció del temps és una **recta de pendent l'acceleració**.
L'**àrea sota** aquesta **recta**, entre els instants inicial i final, és el **desplaçament** del cos en el mateix interval de temps

12

Moviment Rectilini Uniformement Accelerat / MRUA

Per calcular el desplaçament calcularem l'àrea sota la recta $v(t)$ entre els instants inicial (t_1) i final (t_2) del moviment



$$\Delta x = v_{1x}\Delta t + \frac{1}{2}\Delta v_x \Delta t = v_{1x}\Delta t + \frac{1}{2}a_x(\Delta t)^2$$

Si fem que el temps comenci a comptar en l'instant que inicia el moviment, t_1=0,

$$x - x_0 = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

On x_0 i v_0 són la posició i velocitat instantània en l'instant t=0, i x=$x(t)$ és la posició en l'instant t

13

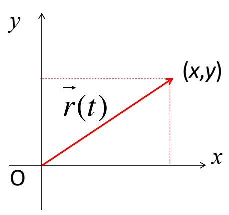
MOVIMENT DE DUES DIMENSIONS. MOVIMENT EN EL PLA

CURS ZERO

SETEMBRE 2020

14

Moviment en dues dimensions: moviment en el pla

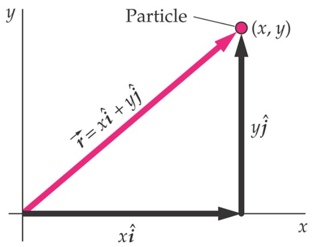


$$\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} = (x, y)$$

15

Vector Posició

A l'igual que en el moviment en una dimensió, la posició és un vector que, en aquest cas, té dues dimensions (pla)

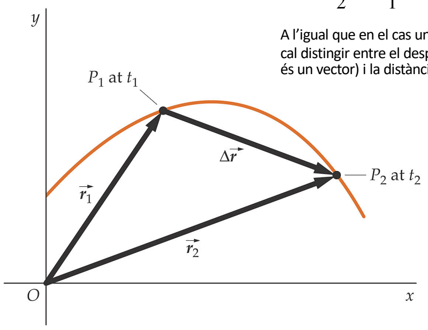


16

Vector Desplaçament

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

A l'igual que en el cas unidimensional, cal distingir entre el desplaçament (que és un vector) i la distància recorreguda

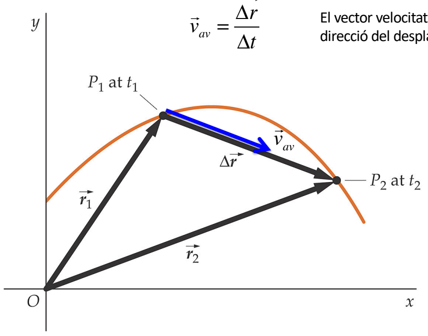


17

Velocitat Mitjana

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

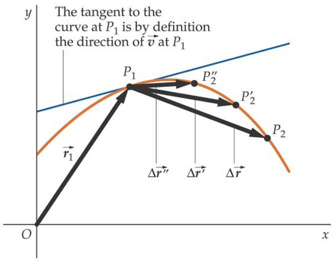
El vector velocitat mitjana té la direcció del desplaçament



18

Velocitat Instantània

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



La velocitat instantània té la direcció de la tangent a la trajectòria en el punt on es calculi

19

Acceleració

Acceleració mitjana $\quad \vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$

Acceleració instantània $\quad \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

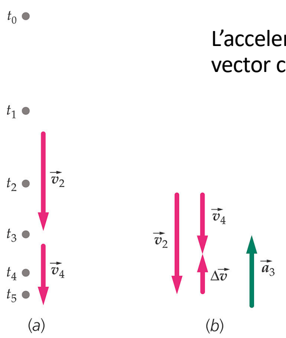
Components de la velocitat $\quad \vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

Components de l'acceleració $\quad a_x = \frac{dv_x}{dt} \;,\; a_y = \frac{dv_y}{dt} \;,\; a_z = \frac{dv_z}{dt}$

20

Acceleració



L'acceleració té la direcció del vector canvi de velocitat

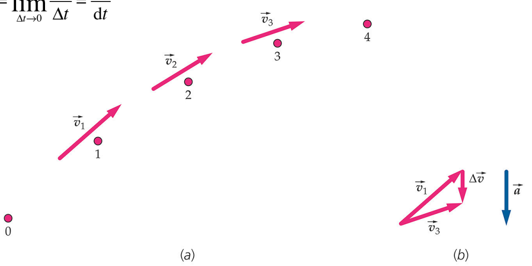
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

21

Acceleració

Direcció del vector acceleració. Exemple bidimensional

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

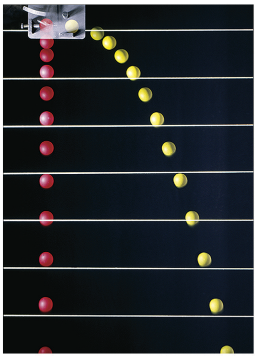


22

Composició de moviments perpendiculars

Comparació entre el moviment de dues boles iguals, una (roja) seguint un moviment unidimensional de caiguda lliure des del repòs, amb acceleració constant, i l'altra (groga) amb la mateixa acceleració vertical però a la que s'ha donat una velocitat inicial en la direcció horitzontal.

Observeu que en el sentit vertical els moviments són iguals, o sigui, les dues boles cauen la mateixa distància a iguals intervals de temps



23

MOVIMENT PROJECTILS

Superposició d'un MRU en direcció horitzontal i un MRUA en direcció vertical

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t \qquad y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = v_{0x} = \text{ ctant} \qquad v_y = v_{0y} - gt$$

$$a_x = 0 \qquad a_y = -g$$

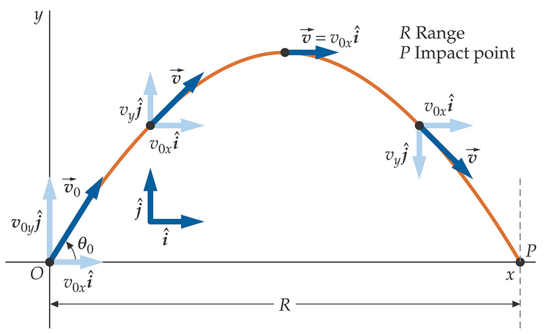
Trajectòria

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x} t \\ y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\boxed{y(x) = (\tan\theta_0)\, x - \left(\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta_0} \right) x^2}$$

24

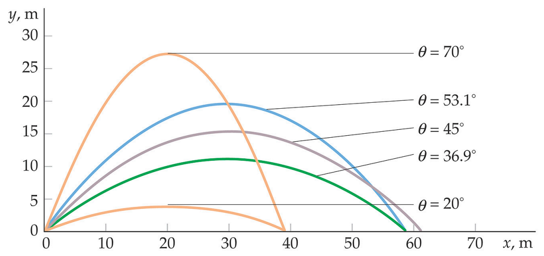
Moviment parabòlic



25

v_o = 24,5 m/s

Anàlisi de la trajectòria per diferents inclinacions del llançament del problema anterior



Abast horitzontal

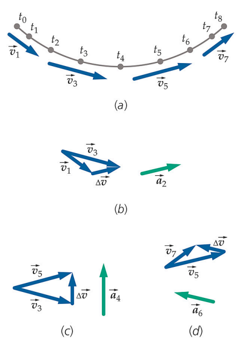
$$x_{\text{màx}} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

26

MOVIMENT CIRCULAR

La trajectòria recorre una circumferència, completa o parcialment.

Exemple: la oscil·lació d'un pèndol. Observem el canvi en la velocitat i en l'acceleració del cos



27

MOVIMENT CIRCULAR UNIFORME

Moviment sobre un cercle a rapidesa constant.

Malgrat que la rapidesa és constant, no ho és la velocitat i, per tant, hi haurà acceleració

$$v = \text{constant} \quad ; \quad \vec{v} \neq \text{constant}$$

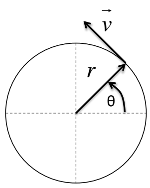
Acceleració centrípeta.
És normal (perpendicular) a la trajectòria en cada punt

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r}}$$

28

Moviment Circular Uniforme

El període del moviment és el temps *T* per fer una volta sencera



$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad v = \frac{2\pi r}{T}$$

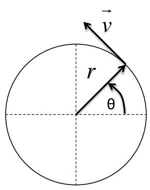
$$v = \omega r$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

29

Moviment Circular Uniforme

Velocitat angular constant



$$\theta = \omega t$$

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

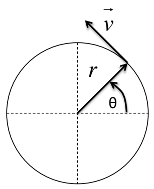
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

$$s = \theta r$$
$$v = \omega r$$

30

Moviment Circular Uniformement Accelerat

Acceleració angular constant



$$\theta = \omega t$$

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

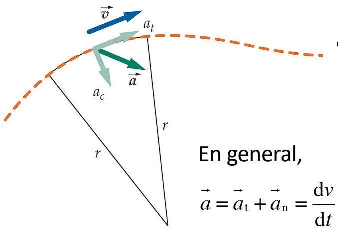
$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$s = \theta r$$
$$v = \omega r$$

31

COMPONENTS INTRÍNSEQUES DE L'ACCELERACIÓ



$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$ Acceleració tangencial

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$ Acceleració centrípeta

En general,

$$\vec{a} = \vec{a}_\mathrm{t} + \vec{a}_\mathrm{n} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\vec{v}}{v}\right) - \frac{v^2}{r}\vec{u}_\mathrm{r} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u}_\mathrm{t} - \frac{v^2}{r}\vec{u}_\mathrm{r}$$

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2$$

$\vec{u}_\mathrm{t}$ Vector unitari en la direcció tangencial

$\vec{u}_\mathrm{r}$ Vector unitari en la direcció radial

32

RECURSOS

- Hyperphysics – Cinematica
- Cinemática - Curso Interactivo de Física - Ángel Franco
- Tipler-Mosca, Física per a la ciència i la tecnologia, 6a Edició, Ed Reverté, 2010

33